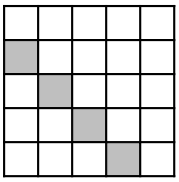
SIMULADO XVIII OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
TERCEIRA FASE - NÍVEL 2 (7^a e 8^a Séries)
QUARTO DIA

INSTRUÇÕES:
• Escreva seu nome em cada folha que usar. Entregue também o rascunho, pois ele pode ser utilizado a seu favor na correção.
• É proibido o uso de calculadora ou computador. É permitido o uso de régua, esquadro e compasso.
• Tudo o que você escrever deve ser justificado.
• Todas as questões têm o mesmo valor.
• Duração da prova: 4h30.

PROBLEMA 1
Cada noite, três pessoas de um grupo de n pessoas saem juntas para jantar. Depois de um certo período de tempo se observa que cada par de pessoas jantou junto exatamente uma vez. Demonstre que n deixa resto 1 ou 3 na divisão por 6.

PROBLEMA 2
Em cada casa de um tabuleiro 5×5 se deve colocar um dos números $1, 2, 3, 4, 5$, de modo que em cada fila figurem os cincos números, em cada coluna figurem os cinco númeors e em cada diagonal figurem os cincos números. A soma dos quatro números que estão nas quatro casas sombreadas do tabuleiro é a pontuação final do jogo.



a) Mostre que é impossível obtermos 20 como pontuação final.

b) Determine qual é a maior pontuação que podemos obter.

PROBLEMA 3
Encontre o menor quadrado perfeito que termina em 9009.